1. Bevezetés

A prímszámokat a közöttük fennálló különbség szerint párosíthatjuk. A számelmélet a végtelen lehetőségből kiemelten foglalkozik azokkal a prímszám-párokkal, amelyek tagjainak különbsége *2* (Lábjegyzet: Irodalom: [1], [6]), tehát bizonyosan egymást követik, kb. 2300 éves dilemmaként vizsgálva, hogy ezek száma véges-e, vagy végtelen. Emellett bizonyos még, hogy a *(-7; -3)*, a *(-2; 2)* és a *(3; 7)* szám-pár kivételével a *4* különbségű prímszám-párok (cousin primes, unokatestvér prímek, (Lábjegyzet: Irodalom: [2]) tagjai között sincsen prímszám, ezért ezek vizsgálata is kiemelt figyelmet érdemel. A szembetűnő analógiák miatt várható, hogy az unokatestvér prímekre vonatkozóan is az előbbiekéhez hasonló törvényszerűségek állapíthatók meg (Lábjegyzet: Irodalom: [3]). A továbbiakban nevezzük ezért a *2* különbségű prímszám-párokat I. rendű ikerprímeknek, a *4* különbségű prímszám-párokat II. rendű ikerprímeknek.

Ha az egész számok sorát 6 bennfoglalt, diszjunkt végtelen számtani részsorozatra osztjuk fel, akkor ezek közül 3 a páros, 3 pedig a páratlan számok sorozata lesz:

A páros számok sorozatai (n_A , n_C , n_E sorszámok):

1) $A = 6n_A$ $\quad C = 6n_C + 2$ $\quad E = 6n_E + 4$

A páratlan számok sorozatai (n_B , n_D , n_F sorszámok):

2) $B = 6n_B + 1$ $\quad D = 6n_D + 3$ $\quad F = 6n_F + 5$

KÖVETKEZMÉNYEK 1. Ilyen felosztás esetén megállapítható, hogy

- az indexált sorszámok az egész számokat egyértelműen reprezentálják;
- a *2*-től, *-2*-től, *3*-tól és *-3*-tól különböző prímek a *B*, vagy az *F* végtelen számtani sorozat tagjai;
- mivel a *B* és az *F* sorozatban az egymást követő tagok különbsége *6*, sem az I. rendű, sem a II. rendű ikerprímek mindkét tagja nem tartozhat sem a *B*, sem az *F* számtani sorozatba.

A *(-5; -3)*, valamint a *(3; 5)* számpár kivételével az I. rendű ikerprímek kisebb tagja kizárólag az *F*, nagyobb tagja pedig kizárólag a *B* számtani sorozat tagja lehet. Ha a pár jele: $(P_{Fa}; P_{Ba+1})$, ahol:

$P_{Ba+1} - P_{Fa} = 2,$ akkor ezek sorszámai:

3) $6n_{Ba+1} + 1 - (6n_{Fa} + 5) = 2$

$6(n_{Fa} + 1) + 1 = 6n_{Ba+1} + 1$

$n_{Fa} + 1 = n_{Ba+1}$

A *(-7; -3)*, a *(-2; 2)*, valamint a *(3; 7)* számpár kivételével a II. rendű ikerprímek kisebb tagja kizárólag a *B*, nagyobb tagja pedig kizárólag az *F* számtani sorozat tagja lehet. Ha a pár jele: $(P_{Bd}\,; P_{Fd+1})$, ahol: $P_{Fd+1} - P_{Bd} = 4,$ akkor ezek sorszámai:

4) $6n_{Fd+1} + 5 - (6n_{Bd} + 1) = 4$

$6n_{Bd} + 5 = 6n_{Fd+1} + 5$

$n_{Bd} = n_{Fd+1}$

A *(-5; -3)*, *(3; 5)*, valamint a *(-7; -3)*, *(-2; 2)* és *(3; 7),* számpárok kivételével az I. és II. rendű ikerprímek számtani középértéke 3-mal osztható:

5) $[(6n_{BP}+1)+(6n_{FP}+5)]/2 = 3(n_{BP}+n_{FP}+1)$

Az I. rendű ikerprímek számtani középértéke kizárólag páros szám lehet. A *(-5; -3)* és *(3; 5)* számpár kivételével ennek jele legyen A_I , sorszáma n_{AI}:

6) $(A_I)_a = [(6n_{Ba+1} + 1) + (6n_{Fa} + 5)]/2 = [(6n_{Ba+1} + 1) + (6n_{Ba+1} - 6 + 5)]/2 = 6n_{Ba+1} = 6(n_{AI})_a$

$(n_{AI})_a = n_{Ba+1} = n_{Fa} + 1$

A II. rendű ikerprímek számtani középértéke kizárólag páratlan szám lehet. A *(-7; -3)*, *(-2; 2)* és *(3; 7)* számpár kivételével ennek jele legyen D_{II} , sorszáma n_{DII}:

7) $(D_{II})_d = [(6n_{Bd} + 1) + (6n_{Fd+1} + 5)]/2 = 3(2n_{Bd} + 1) = 3(2n_{Fd+1} + 1) = 6(n_{DII})_d + 3$

$(n_{DII})_d = n_{Bd} = n_{Fd+1}$

Mivel az ikerprímeket számtani középértékeik (a jelzett kivételektől eltekintve A_I , illetve D_{II}), ezeket pedig indexált sorszámaik (n_{AI} , illetve n_{DII}) egyértelműen reprezentálják, ez utóbbiak szintén alkalmasak az I., illetve a II. rendű ikerprímek reprezentálására (kettős reprezentáció).

Irodalom: [1] https://en.wikipedia.org/wiki/Twin_prime
Irodalom: [2] https://en.wikipedia.org/wiki/Cousin_prime
Irodalom: [3] http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.241.2243&rep=rep1&type=pdf
Irodalom: [6] https://wp-hu.wikideck.com/Ikerpr%C3%ADm-sejt%C3%A9s#Els%C5%91_Hardy%E2%80%93Littlewood-sejt%C3%A9s